

УДК 004.942:531.1

## РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ

**Леопольд Викторович Брижанский<sup>1</sup>**

кандидат технических наук, доцент

kinglion\_brig@inbox.ru

**Юлия Александровна Брижанская<sup>2</sup>**

учитель физики,

kinglion\_brig@inbox.ru

**Елизавета Леопольдовна Брижанская<sup>3</sup>**

студент

lionbrig@mail.ru

**Антон Валерьевич Воронков<sup>1</sup>**

студент

Tony.voronckow@yandex.ru

<sup>1</sup>Мичуринский государственный аграрный университет

<sup>2</sup>МБОУ СОШ №18

г. Мичуринск, Россия

<sup>3</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана

г. Москва, Россия

**Аннотация.** В статье рассматривается значимость использования вычислительных методов для визуализации физических процессов. В качестве демонстрационного примера выбрана задача о движении тела, брошенного под углом к горизонту. Показано, что подобное моделирование служит не только учебным целям, но и является эффективным инструментом для проверки теоретических положений классической механики в условиях, приближенных к реальным. Приведены цели и задачи исследования, дан обзор применения

подобных моделей в образовательной и инженерной практике, а также обоснована необходимость разработки собственного программного решения. Материал статьи является теоретическим основанием для дипломного проекта.

**Ключевые слова:** моделирование, вычислительная техника, образовательные симуляции, программные средства, механика.

Развитие программирования и вычислительных систем предоставляет широкие возможности для представления физических явлений в интерактивной форме [6]. Компьютерные модели позволяют не просто проводить расчёты, а наглядно демонстрировать взаимосвязь между параметрами, мгновенно изменяя условия задачи. Это создает принципиально новые возможности для познавательной деятельности, преобразуя абстрактные математические формулы в динамические визуальные образы, доступные для непосредственного восприятия.

Задача о движении тела, брошенного под углом к горизонту, относится к базовым примерам механики [2, 4]. Она часто используется в учебных курсах, так как наглядно иллюстрирует основные законы движения и хорошо подходит для программной реализации. Несмотря на кажущуюся простоту, данная задача содержит глубокий физический смысл и позволяет продемонстрировать фундаментальные принципы сохранения энергии и импульса, а также взаимосвязь кинематики и динамики. Простая физическая модель в сочетании с возможностью варьировать параметры делает её удобной площадкой для разработки учебных и прикладных симуляторов.

Современные вычислительные системы, архитектура которых рассмотрена в наших предыдущих исследованиях [1], обеспечивают необходимую производительность для реализации сложных физических моделей в реальном времени. Следует отметить, что рост вычислительной мощности, согласно закону Мура, непосредственно способствует повышению точности и достоверности физического моделирования, позволяя учитывать все больше факторов, влияющих на движение тела. Принципы компьютерной логики на основе КМОП-структур, описанные в работе [1], лежат в основе вычислительных устройств, используемых для подобного моделирования.

**Обоснование актуальности.** Современные образовательные практики всё активнее используют цифровые средства обучения. Однако готовые симуляторы нередко имеют ограниченные возможности и не позволяют гибко изменять условия эксперимента. Важным аспектом является также то, что коммерческие

симуляторы часто представляют собой "черные ящики", скрывающие от пользователя базовые алгоритмы, что препятствует глубокому пониманию физических принципов. Кроме того, закрытые решения не всегда дают возможность студенту или преподавателю понять внутренние алгоритмы работы. Разработка собственного программного инструмента по теме классической механики позволяет решить сразу несколько задач: дать наглядный учебный материал, отработать навыки программирования и численного моделирования [6], а также создать гибкую систему, которую можно адаптировать под разные сценарии. Особую ценность представляет возможность модификации модели для исследования неидеальных случаев, таких как движение с учетом сопротивления воздуха или вращательного движения тела, что выходит за рамки стандартных учебных задач.

#### **Цель и задачи исследования.**

Цель работы — обосновать и описать подход к созданию программного средства, которое позволяет моделировать движение тела, брошенного под углом к горизонту, с использованием вычислительных методов [2, 4, 6]. Важным аспектом является создание не просто демонстрационного материала, а исследовательского инструмента, позволяющего проводить виртуальные эксперименты с возможностью верификации результатов аналитическими расчетами.

Для достижения цели решаются следующие задачи:

- Проанализировать существующие подходы к моделированию физических процессов [2, 5];
- Определить параметры и возможности будущего программного решения;
- Описать области применения подобных моделей в образовательной и прикладной среде;
- Обосновать значимость разработки собственной реализации. Особое внимание уделяется вопросам верификации и валидации модели, обеспечивающим достоверность получаемых результатов и их соответствие известным физическим законам.

### **Методы численного моделирования.**

Для реализации программной модели движения тела использованы методы численного интегрирования, позволяющие с заданной точностью рассчитать параметры движения на каждом временном шаге. Выбор конкретного метода (Эйлера, Рунге-Кутты и др.) представляет собой компромисс между точностью, вычислительной сложностью и устойчивостью решения, что особенно важно при моделировании систем с различными временными масштабами. Как показано в наших предыдущих исследованиях [1], современные вычислительные системы на основе транзисторной логики обеспечивают необходимую производительность для решения таких задач.

Основные этапы расчета включают:

- Дискретизацию уравнений движения. Этот этап требует более тщательного рассмотрения при выборе шага интегрирования: слишком большой шаг приводит к потере точности, слишком малый — к неоправданному росту вычислительных затрат.
- Применение метода Эйлера или Рунге-Кутты. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка часто является оптимальным выбором, обеспечивая хороший баланс между точностью и производительностью для большинства задач баллистики.
- Визуализацию траектории в реальном времени. Эффективная визуализация требует оптимизации графических алгоритмов и учета особенностей компьютерной графики, включая вопросы сглаживания, интерполяции и управления камерой.

Эффективность реализации напрямую зависит от оптимизации вычислительных алгоритмов, что особенно важно при работе на устройствах с ограниченными ресурсами. Следует также учитывать вопросы численной устойчивости методов, поскольку накопление ошибок округления может привести к существенным отклонениям от точного решения при длительном моделировании.

### **Применение и значимость.**

Компьютерные модели движения тел под углом к горизонту полезны не только для обучения. Подобные расчёты используются в спортивной инженерии, при анализе траекторий, а также в геймдизайне — для создания реалистичной баллистики объектов [2]. В инженерных приложениях такие модели позволяют оптимизировать параметры запуска снарядов, спортивных снарядов или беспилотных летательных аппаратов, минимизируя энергозатраты или увеличивая дальность полета.

Для преподавателей и студентов такая программа может стать наглядным интерактивным инструментом, который заменяет или дополняет лабораторные эксперименты. Ценность интерактивности заключается в возможности формирования исследовательских компетенций через постановку виртуальных экспериментов, выдвижение гипотез и их экспериментальную проверку в контролируемых условиях. Возможность изменять параметры в реальном времени помогает лучше понимать законы движения [2, 4], а гибкость программного кода — расширять функционал под конкретные задачи [3].

Разрабатываемая модель может быть интегрирована в образовательные платформы, работающие на различных вычислительных устройствах, архитектура которых рассмотрена в [1]. Это открывает перспективы создания распределенных образовательных систем, где тяжелые вычисления выполняются на серверной стороне, а визуализация и взаимодействие — на клиентских устройствах, что особенно актуально для мобильного обучения. Это демонстрирует практическую взаимосвязь между аппаратным обеспечением и программными решениями в современном образовательном процессе.

### **Заключение**

Моделирование движения тела под углом к горизонту представляет собой удобную и наглядную задачу, позволяющую объединить базовую физику [4] и современные вычислительные технологии [6]. Полученные результаты подтверждают, что даже относительно простые физические модели при грамотной программной реализации могут служить эффективным инструментом

как для образовательных, так и для исследовательских целей. Разработка собственного программного средства обеспечивает гибкость и адаптивность, что важно для учебных целей и прикладных задач. Перспективы дальнейших исследований видятся в усложнении модели за счет учета дополнительных факторов (сопротивление среды, вращение Земли, изменение плотности атмосферы), а также в разработке специализированных интерфейсов для различных категорий пользователей.

### **Список литературы:**

1. Брижанский Л.В., Брижанская Ю.А., Мерзляков С.Р., Брижанская Е.Л. Физические аспекты построения компьютерной логики на основе использования транзисторов // Наука и Образование. 2025. Том 8. № 2.
2. Голдстейн Г. Классическая механика. 2-е изд., испр. и доп. М.: Наука, 1975. 416 с.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа: в 3 т. Т. 1. М.: Юрайт, 2020. 704 с.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. 6-е изд., испр. М.: Физматлит, 2020. 224 с.
5. Седов Л.И. Механика сплошной среды: В 2 т. Т. 1. 6-е изд., стер. М.: Наука, Физматлит, 2020. 536 с.
6. Чапра С., Канале Р. Численные методы для инженеров. 8-е изд., испр. М.: Лаборатория знаний, 2022. 886 с.

**UDC 004.942:531.1**

### **DEVELOPMENT OF A PROGRAM MODEL OF THE MOVEMENT OF A BODY THROWN AT AN ANGLE TO THE HORIZON**

**Leopold V. Brizhansky<sup>1</sup>**

candidate of technical sciences, associate professor

kinglion\_brig@inbox.ru

**Yulia Al. Brizhanskaya<sup>2</sup>**

Physics Teacher

kinglion\_brig@inbox.ru

**Elizaveta L. Brizhanskaya<sup>3</sup>**

student

lionbrig@mail.ru

**Anton Valerievich Voronkov<sup>1</sup>**

student

<sup>1</sup>Michurinsk State Agrarian University

<sup>2</sup>Secondary School No. 18

Michurinsk, Russia

<sup>3</sup>Bauman Moscow State Technical University (BMSTU)

Moscow, Russian Federation

**Abstract.** The article examines the importance of using computational methods for visualizing physical processes [6]. The problem of the motion of a body thrown at an angle to the horizon [2, 4] is chosen as a demonstration example. It is shown that such modeling serves not only educational purposes but also serves as an effective tool for testing the theoretical principles of classical mechanics under conditions close to real ones. The goals and objectives of the study are presented, an overview of the application of such models in educational and engineering practice is given, and the need to develop our own software solution is substantiated. The material of the article provides the theoretical foundation for the diploma project.

**Keywords:** modeling, computer technology, educational simulations, software, mechanics.

Статья поступила в редакцию 10.09.2025; одобрена после рецензирования 20.10.2025; принята к публикации 31.10.2025.

The article was submitted 10.09.2025; approved after reviewing 20.10.2025; accepted for publication 31.10.2025.