

УДК 330.44:338.27

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА (МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЕВА)

Борис Игнатьевич Смагин

доктор экономических наук, профессор

bismagin2023@mail.ru

Мичуринский государственный аграрный университет

г. Мичуринск, Россия

Аннотация. Любое материальное производство по своей сути представляет собой не что иное как процесс преобразования ресурсов в продукцию. Необходимость ресурсного обеспечения естественным образом приводит к постановке задачи анализа взаимосвязи и взаимодействия отдельных производств внутри сложной системы, которой является народное хозяйство.

В линейном межотраслевом балансе считается, что материальные издержки любого вида пропорциональны объему производимой продукции. При этом коэффициент пропорциональности a_{ij} называется коэффициентом прямых затрат (коэффициентом материалоемкости) и имеет смысл величины продукции i -й отрасли на производство единицы валовой продукции j -й отрасли. Глобальные ограничения балансовой модели представляют собой требование равенства производства каждого продукта потребности в нем.

Система балансовых уравнений, наряду с интерпретацией входящих в нее величин является моделью Леонтьева, имеющей важное значение в развитии национальной экономики.

Ключевые слова: национальная экономика, модель Леонтьева, матрица прямых затрат, конечный продукт, межотраслевые материальные потоки.

Основой многих линейных моделей производства является схема межотраслевого баланса. Заслуга построения математической модели межотраслевого баланса принадлежит американскому ученому, лауреату нобелевской премии по экономике В. Леонтьеву.

В линейном межотраслевом балансе считается, что материальные издержки любого вида пропорциональны объему производимой продукции:

$$x_{ij} = a_{ij} \cdot x_j \quad (i, j = \overline{1, n})$$

Коэффициент пропорциональности a_{ij} называется коэффициентом прямых затрат (коэффициентом материалоемкости) и имеет смысл величины продукции i -й отрасли на производство единицы валовой продукции j -й отрасли. Гипотеза пропорциональности распространяется в линейном межотраслевом балансе и на другие виды затрат и нормативную прибыль.

Требование линейности означает, что каждая отрасль способна производить любой объем своей продукции при условии, что ей будет обеспечено сырье в необходимом количестве. На самом деле, конечно, это не так: производственные возможности любой отрасли ограничены имеющимся объемом трудовых ресурсов и основных производственных фондов.

Недостатки линейности анализируемых взаимосвязей достаточно емко выразил В. Леонтьев: «Экономическая теория говорит нам, что для того, чтобы проследить эту цель взаимосвязей, нужно определить действительный вид производственных функций во всех секторах данной экономики, ввести их в соответствующую систему уравнений общего равновесия и, наконец, подсчитать тот эффект, который окажет предполагаемое увеличение или снижение спроса на выпуск.

Поскольку абсолютно детальное описание действительных форм всех производственных функций, например, в структуре американской экономики, очевидно, невозможно, теория должна быть переформулирована на язык линейных производственных функций, рассматриваемых как первое приближение к реально действующим зависимостям» [3].

Глобальные ограничения балансовой модели представляют собой требование равенства производства каждого продукта потребности в нем [1-2]. Подсчитаем теперь потребность в продукции объекта j , если известно, что объем конечной продукции всех объектов описывается вектором

$$y = (y_1, y_2, \dots, y_n),$$

а полный выпуск продукции всеми объектами – вектором

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_n).$$

Для того, чтобы некоторый объект мог выпустить X_i единиц продукции, он должен получить $a_{ji}X_i$ единиц продукции объекта j . Следовательно, для того чтобы был возможен полный выпуск, равный вектору X , все объекты системы должны получить

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} X_i$$

единиц продукции объекта j , кроме того, объект j должен выдать в качестве конечного продукта y_j единиц продукции. Таким образом, полная потребность в продукции объекта j равна

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} X_i + y_j$$

единиц. Вместе с тем выпуск продукции объектом j равен X_j единиц. Отсюда, для того чтобы был соблюден баланс между выпускаемой объектом j продукцией и потребностью в этой продукции, должно выполняться следующее балансовое уравнение:

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} X_i + y_j = X_j; \quad \forall j = \overline{1, n} \quad (1)$$

Система уравнений (1) представляет собой систему уравнений балансовой модели. В векторной форме эту систему можно записать в виде:

$$AX + y = X; \quad X \geq 0 \quad (2)$$

Обратим внимание на условие неотрицательности вектора X ; естественное с содержательной точки зрения, оно создает определенные трудности при исследовании вопроса о существовании решения системы (2).

В уравнении (2) полный выпуск продукции обозначен вектором X , объем конечной продукции – вектором Y , а прямые затраты – матрицей A

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Уравнение (2) вместе с изложенной интерпретацией матрицы A и векторов X , Y называется моделью Леонтьева, имеющей важное значение в развитии национальной экономики.

Список литературы:

1. Анализ и моделирование экономики на основе межотраслевого баланса: монография // В.А. Ильин, Т.В. Ускова, Е.В. Лукин, С.А. Кожевников. Вологда: ФГБУН ВолНЦ РАН. 2017. 158с.
2. Зяблук Р.Т., Титова Н.И. Межотраслевой баланс на основе модели В.В. Леонтьева и проблемы воспроизводства в экономике России // Вестник московского университета. Серия Экономика. 2012. С. 85 – 104.
3. Леонтьев В. Экономические эссе. Теории, исследования, факты и политика. М.: Политиздат. 1990. 415с.

UDC 330.44:338.27

MATHEMATICAL MODEL OF INTERSECTORAL BALANCE (LEONTIEV MODEL)

Boris Ig. Smagin

doctor of economics, professor

bismagin2023@mail.ru

Michurinsk State Agrarian University

Michurinsk, Russia

Abstract. Any material production is essentially nothing more than a process of converting resources into products. The need for resource provision naturally leads to the task of analyzing the relationship and interaction of individual industries within a complex system, which is the national economy.

In the linear intersectoral balance, it is assumed that material costs of any kind are proportional to the volume of products produced. In this case, the proportionality coefficient a_{ij} is called the direct cost coefficient (material consumption coefficient) and makes sense of the value of the output of the i -th industry for the production of a unit of gross output of the j -th industry. The global constraints of the balance sheet model are the requirement for equal production of each product and its needs.

The system of balance equations, along with the interpretation of the quantities included in it, is the Leontiev model, which is important in the development of the national economy.

Keywords: national economy, Leontiev model, direct cost matrix, final product, intersectoral material flows.

Статья поступила в редакцию 10.09.2025; одобрена после рецензирования 20.10.2025; принята к публикации 31.10.2025.

The article was submitted 10.09.2025; approved after reviewing 20.10.2025; accepted for publication 31.10.2025.