УДК 159.9.072.43

О РОЛИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБРАЗОВ ПРИ РЕШЕНИИ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В КОНТЕКСТЕ КЛИПОВОГО МЫШЛЕНИЯ УЧЕНИКОВ ШКОЛ И СТУДЕНТОВ

Максим Русланович Журавлёв[1]
обучающийся
cor.63@yandex.ru
Оксана Евгеньевна Кузнецова[1]
учитель математики
cor.63@yandex.ru
Наталья Викторовна Картечина[2]
кандидат сельскохозяйственных наук, доцент
kartechnatali@mail.ru
[1]ТОГАОУ «Мичуринский лицей»
[2]Мичуринский государственный аграрный университет
г. Мичуринск, Россия

Аннотация. В статье один из приёмов обучения алгебре, а именно переход от алгебраической модели к геометрической, как метод оптимизации и рационализации процесса обучения учеников школ и студентов, обладающих клиповым мышлением.

Ключевые слова: клиповое мышление, фрагментарное мышление, геометрические образы.

Сегодня совершенно ясно, что современные люди, в стремительном потоке бытия все меньше воспринимают информацию посредством чтения и всё больше получают ее с помощью визуальных образов. Этому способствуют развивающиеся интернет-технологии и стремительный темп жизни, когда многое нужно успеть. То есть «Человек читающий» все больше заменяется в обществе «Человеком, смотрящим и воспринимающим образы». Всё это породило новый тип мышления - фрагментарное или клиповое. Такой тип мышления имеет ряд преимуществ и недостатков (см. таблицу 1).

Таблица 1

Преимущества и недостатки фрагментарного (клипового) мышления

Негативные стороны	Позитивные стороны
У человека нарушается способность выстраивать логические связи между воспринимаемыми явлениями.	Информационная перегрузка заставляет мозг выстраивать защиту от ненужной информации и фильтровать ее.
У обучающихся становится проблемой решение сложной задачи из-за отсутствия навыков восприятия явления целиком и деления сложной задачи на подзадачи.	Осознание важности владения информацией побуждает к большему ее потреблению, а значит, к развитию.
Обучающиеся способны решать отдельно взятые мелкие задачи без привязки их к предметной области.	Желание потребить больший объем информации тренирует мозг, позволяя воспринимать ее быстрее.
Утрачивается способность к анализу, синтезу, к выстраиванию длинных логических цепочек.	Повышая способность быстро переключаться с одной информации на другую, человек научается быстрее переключаться в обычных жизненных ситуациях, тем самым лучше организует свое время.

В контексте нового типа мышления обязательно следует пересматривать методики преподавания предметов, делая его (преподавание) максимально наглядным. Видится необходимость в пересмотре содержания учебного материала, организации подачи информации в виде клипов (порций);

применении ярких, четких и визуальных образов с четкими, оригинальными и броскими формулировками, чертежами, картинками, схемами. Применение общих методов обучения вместе с технологиями электронного обучения повысит эффективность учебного процесса, а также значительно улучшит профессиональную подготовку учеников школ и студентов вузов [2]. Особенности клипового мышления объяснимы и с точки зрения психофизиологии человека, поскольку визуальное восприятие информации, как правило, осуществляется быстрее иного. Естественно, что яркая и содержательная картинка предоставляет намного быстрее информацию, чем текст из слов и формул. В наш век, то есть век высоких скоростей, нарисовать и быстро решить задачу особенно актуально. Вспомним слова великого Гильберта:

«Арифметические знаки – это записанные геометрические фигуры, а геометрические фигуры – это нарисованные формулы». Поэтому есть смысл максимально расширить спектр алгебраических задач, решаемых геометрическим способом, т.е. переходом на чертежи и свойства фигур [1]. Повторимся, такой переход даёт яркое восприятие условия задачи и зачастую упрощает её решение.

Как отдельная тема метод перехода от алгебраической модели (уравнения, неравенства, текстовой задачи) к геометрической (чертежу) математике не присутствует. Он представлен лишь отдельными фрагментами внутри текущего материала.

Например, он реализован при изучении тем «Графическое решение систем уравнений», «Построение графиков функций», «Решение квадратных неравенств», «Решение задач с параметрами», Доказательство некоторых равенств и неравенств, «Решение задач на движение», «элементы дифференциального и интегрального исчисления».

Главная идея геометрического метода решения алгебраических задач заключается в переходе от алгебраической модели (равенства, неравенства) к геометрическому объекту, описываемому этим равенством (неравенством), с последующим применением его геометрических свойств. Этот метод далеко не новый, но неактивно применяется в обучении.

Смена типа мышления резко повышает ликвидность геометрического метода при обучении. Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Проще помнить картинку, чем неравенство!

Связь между средним геометрически, средним арифметическим и средним гармоническим двух неотрицательных чисел имеет яркий геометрический образ, который позволит запомнить неравенство $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$. Изобразим окружность диаметра a+b (см.рисунок1) Легко видеть, что если AC=a,CB=b,то перпендикуляр CD=$\sqrt{ab}$, радиус DO=$\frac{a+b}{2}$ и $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, т.к. CD> DO и равенство достигается лишь при a=b (в этом случае отрезки CD и DO совпадут).Осуществляя поиск высоты CH треугольника DCO, видим, что CH=$\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$,который не превышает CD=$\sqrt{ab}$.

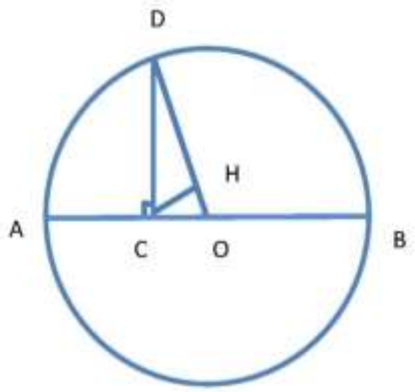

Рисунок 1 - Связь между средними величинами

Задача №1. Найти наименьшее значение выражения $\sqrt{x^2+1}+\sqrt{y^2+4}+\sqrt{z^2+9}$, если $x+y+z=8$.

Решение.

Геометрическим образом выражения $\sqrt{x^2+1}$является гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами x и 1, аналогично определяем

$\sqrt{y^2+4}$ и $\sqrt{z^2+9}$ как гипотенузы прямоугольных треугольников с катетами *y* и 2, *z* и 3соответственно. Выполним чертёж (см. рисунок 2)

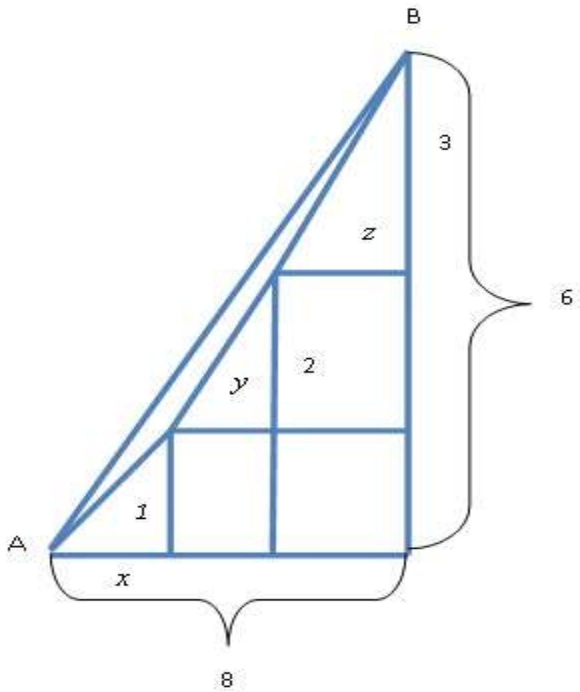

Рисунок 2 - К задаче №1

Так как кратчайшее расстояние между двумя точками А и В есть отрезок прямой, соединяющий эти точки, то совершенно ясно,

что $\min(\sqrt{x^2+1}+\sqrt{y^2+4}+\sqrt{z^2+9}) = AB = \sqrt{8^2+6^2} = 10.$

Ответ:10.

Нельзя не обратить внимание на чёткость, краткость, наглядность такого решения.

Подборка таких заданий, в которых комфортен переход от алгебры к геометрии, имеется в книге Генкина Г.З. «Геометрические решения негеометрических задач». Так же этот вопрос поднимает Блинков А.Д. в книге «Геометрия в негеометрических задачах». Но в учебниках математики нет тем по данному методу и, конечно же, какие-либо общие принципы его применения отсутствуют. Быть может, есть смысл делать отдельные главы учебников, посвященные методической стороне решения задач.

Сегодня в КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня задание № 17 – это задача с параметрами. Многие сходятся во мнении, что решение таких задач геометрическим способом здорово «выручает».

Рассмотрим задачу №2.

Исследовать количество решений системы в зависимости от параметра.
$$\begin{cases} |x| + |y| = 2, \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

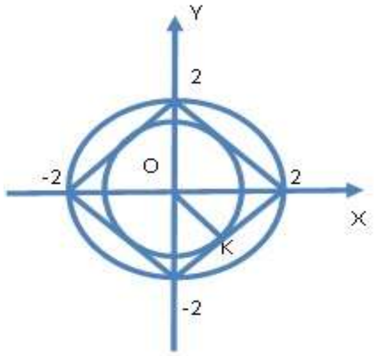

Рисунок 3 - К задаче №2

Решение.

Очевидно, что чисто алгебраическое решение задачи будет достаточно громоздким. Рассмотрим геометрическое решение. Геометрическим образом первого уравнения является квадрат, диагонали, которого лежат на координатных осях, с точкой пересечения в начале координат. Стороны квадрата отсекают на координатных осях отрезки длины два. Геометрия второго уравнения - множество окружностей с центром в начале координат, радиуса $|a|$.(см. рисунок.3)

Если $|a| < \sqrt{2}$,т.е при $-\sqrt{2} < a < \sqrt{2}$ система не имеет решений, поскольку ни одна окружность радиусом из интервала $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$ не имеет с квадратом общих точек. Если $a = \pm\sqrt{2}$ или $a = \pm 2$ то система имеет ровно четыре решения. Если $-2 < a < -\sqrt{2}$ или $\sqrt{2} < a < 2$,то система имеет ровно восемь решений. Если $|a| > 2$,т.е. при условии $a < -2$ или $a < 2$,то решений нет.

Видим, что геометрический подход делает решение лаконичным, понятным, наглядным. Такие наглядные переходы очень выигрышны при реализации процесса обучения учеников и студентов, обладающих клиповым мышлением, коих на сегодняшний день подавляющее большинство. Резюмируя сказанное выше, заключаем, что современным педагогам, психологам необходимо учитывать сущностные особенности феномена «клиповое мышление» при построении образовательного процесса, в учебной и внеучебной деятельности учащихся [3]. Совершенно очевидна необходимость пересмотра содержательной составляющей учебного материала и способа его подачи. Учитывая индивидуально-психологические особенностей учеников школ и студентов, потребуется структурировать информацию в виде клипов, видоизменять формат изложения—приоритетными станут яркие, четкие и наглядные презентации, опорные конспекты и т.д. Следовательно, геометрический метод при решении негеометрических задач актуален в формате обучения учеников и студентов, обладающих клиповым мышлением [3].

Список литературы:

1. Генкин Г.З. Геометрические решения негеометрических задач: книга для учителя. М.: Просвещение, 2007.
2. Купчинская М. А., Юдалевич Н. В. Клиповое мышление как феномен современного общества // Бизнес и образование в экономике знаний, 2019 №3.
3. Семеновских Т.В. Психолого-педагогические детерминанты академического мошенничества в исследовательских работах студентов // Интернет-журнал «Науковедение». 2013 №4.

UDC 159.9.072.43

ABOUT THE ROLE OF GEOMETRIC IMAGES IN SOLVING ALGEBRAIC PROBLEMS IN THE CONTEXT OF SCHOOL PUPILS AND STUDENTS' CLIPE THINKING

Maxim R. Zhuravlev
student
cor.63@yandex.ru
Oksana E. Kuznetsova
teacher of mathematics
cor.63@yandex.ru
Natalya V. Kartechina
Candidate of Agricultural Sciences, Associate Professor
kartechnatali@mail.ru
[1]TOGAOU "Michurinsky Lyceum"
[2]Michurinsk State Agrarian University
Michurinsk, Russia

Annotation. In the article, one of the methods of teaching algebra, namely the transition from an algebraic model to a geometric one, as a method of optimizing and rationalizing the learning process for schoolchildren and students with clip thinking.

Key words: clip thinking, fragmentary thinking, geometric images.

Статья поступила в редакцию 10.05.2023; одобрена после рецензирования 15.06.2022; принята к публикации 30.06.2023.

The article was submitted 10.05.2023; approved after reviewing 15.06.2022; accepted for publication 30.06.2023.