УДК 373

ИЗУЧЕНИЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ В ШКОЛЕ В РАМКАХ РЕАЛИЗАЦИИ СИСТЕМНО-ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО ПОДХОДА

Гарминович Наталья Александровна
кандидат физико-математических наук, доцент
krasaverenei@mail.ru
Иванова Екатерина Ивановна
студент
Мичуринский государственный аграрный университет
г. Мичуринск, Россия

Аннотация. Статья посвящена проблеме изучения теории вероятности в школе. Определены основные вопросы темы, порядок их изучения, приводятся примеры, иллюстрирующие идеи системно-деятельностного подхода.

Ключевые слова: математика, комбинаторика, теория вероятности, событие, вероятность.

Элементы теории вероятности появляются в школьном курсе математики в начальных классах, когда вводятся задачи на определение числа возможных исходов. Решение этих задач предполагается находить с помощью рассуждений на основе правил сложения и умножения методом перебора всевозможных вариантов [2, 3, 6]. Задачи по комбинаторике и теории вероятности включены в программу математики 9 класса, входят в список задач экзамена ОГЭ по математике и решаются по правилам сложения и умножения без использования формул. В 11 классе ученики знакомятся с основными формулами комбинаторики и учатся ими пользоваться при решении комбинаторных задач. Задачи на определение вероятности событий оказываются при этом не связанными с правилами комбинаторики, их решение часто находится только на основе определения или интуитивных рассуждений. Основные теоремы и формулы вероятности школьниками не изучаются и при решении, как правило, не используются. Это, на наш взгляд, является одной из причин, по которой задача по теории вероятности, включенная в профильный вариант ЕГЭ по математике под номером 4, безошибочно решается только тогда, когда в условии явно определены составляющие классического определения вероятности.

Например, в задаче 1:

В среднем из каждых 50 поступающих в продажу аккумуляторов 49 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен [5, с. 46].

Вероятность находится как отношение числа благоприятствующих вопросу событий – 1 аккумулятор не заряжен к 50 – числу всех равновозможных и равна 1/50.

Любое усложнение условия требует подробного его разбора, установления отношений между описанными событиями и правильного использования формул вероятности.

Например, в задаче 2:

Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена одним из выстрелов [5, с. 71].

Для успешного решения необходимо «разобрать» условие на элементарные события и операции между ними, записать вопрос задачи в виде действия над этими событиями и использовать соответствующие теоремы вероятности.

Следуя этому алгоритму, введем обозначения событий:

A_k – стрелок попал в мишень при k-том выстреле, $P(A_k) = 0{,}6$, k=1,2;

$\bar{A}_k$ – стрелок промахнулся по мишени при k-том выстреле, $P(\bar{A}_k) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.

По условию задачи, между событиями определены действия: $A_1 + \bar{A}_1 \cdot A_2$.

События $A_k, \bar{A}_k$ – несовместные и независимые, следовательно, вероятность будет равна: $P = 0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}6 = 0{,}84$

Мы полагаем, что обучение решению задач по теории вероятности будет успешнее, если уделить внимание краткой записи условия задачи с обозначением событий и определению действий над ними как элементами некоторого вероятностного пространства, научить использованию основных формул вероятности в решении задач [4, с. 259].

Считаем, что изучение темы «Теория вероятности случайных событий» должно включать такие вопросы, как алгебра событий; определение вероятности события и ее свойства; использование теорем вероятности для решения задач.

Остановимся на некоторых моментах.

1) Алгебра событий.

Рассматривается пространство, элементами которого являются события (достоверные, случайные, невозможные), действия над событиями (сложение, вычитание, умножение) и результаты этих действий.

Например, при броске игральной кости достоверным событием является выпадение числа очков, не превышающего 6, невозможным – выпадение 10 очков, а случайным – выпадение 3 очков.

Решение любой задачи начинается с анализа ее условия. Вероятностная задача не является исключением. Особенность вероятностных задач состоит в представлении условия в виде элементарных событий и определение связей между ними. Можно руководствоваться классическими вопросами:

-О чем задача?

-Что известно в задаче?

-Что неизвестно в задаче?

-Что требуется найти в задаче?

Далее определяется, какие действия связывают события. Можно использовать такой прием: если события-предложения связаны союзом «и», то между событиями действие умножение, если используется союз «или», то сложение.

Например, в задаче 3:

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда X должна сыграть два матча – с командой Y и командой Z. Найдите вероятность того, что в обоих матчах первой мячом будет владеть команда A [5, с. 91].

В условии задачи определены события, которые обозначаем:

A– команда X первой владеет мячом в игре с командой Y;

B–команда X владеет мячом в игре с командой Z.

Нас интересует вероятность события: команда X первой владеет мячом в игре с командой Y**и**команда X владеет мячом в игре с командой Z, т.е., вероятность произведения событий $A \cdot B$.

Выбор правильного действия зависит от установления совместности (несовместности) событий и (или) их независимости (зависимости). В первом случае меняется формула для вычисления вероятности суммы, во втором – вероятности произведения событий. Очевидно, что одни и те же события не могут быть одновременно совместными и несовместными или зависимыми и независимыми.

В задаче 3 события A и B – независимые.

2) Определение вероятности события и ее свойства.

При изучении случайных событий возникает необходимость количественно сравнивать возможность их появления в результате опыта. Например, при последовательном извлечении из колоды пяти карт более возможна ситуация, когда появились карты разных мастей, чем появление пяти карт одной масти; при десяти бросках монеты более возможно чередование гербов и цифр, нежели выпадение подряд десяти гербов. Поэтому с каждым таким событием связывают по определенному правилу некоторое число, которое тем больше, чем более возможно событие. Это число называется вероятностью события и является вторым основным понятием теории вероятностей.

Понятие вероятности, как и понятие случайного события, является аксиоматическим и поэтому не поддается строгому определению. То, что называется классическим определением вероятности, представляет собой способ вычисления этой величины.

При нахождении вероятности учитываем, что вероятность величина «безразмерная», вероятность достоверного события равна единице; вероятность невозможного события равна нулю; вероятность случайного события есть положительное число, заключенное между нулем и единицей.

Задача 4.В стандартной колоде 36 карт. Какова вероятность, что первая выпавшая карта будет масти «пики»?

Обозначим через событие A – первая выпавшая карта масти «пики».

Тогда $m=9$ – количество карт одной масти, а $n=36$ и $P(A)=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$.

Ответ:вероятность, что первая выпавшая карта масти «пики», равна ¼.

3) Использование теорем вероятности для решения задач.

Для решения задач по теории вероятности следует назвать предложения событиями, определить действия между ними и найти решение задачи, используя теоремы вероятности.

Рассмотрим два решения одной задачи. Первое – с помощью некоторых искусственных предположений, второе – используя теорему вероятности.

Задача 5. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Каждая фабрика выпускает по 50% этих стекол. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стекол, а вторая –5%. Найдите вероятность того, что случайно купленное стекло окажется бракованным [5, с. 103].

1.Предположим, что обеими фабриками выпускается 1000 стекол (используем подходящее по условию задачи число). По условию, каждая фабрика выпускает по 500 стекол (50%), из которых первая выпускает 20 (4%), а вторая 25(5%) бракованных стекол. Стекло окажется бракованным, если оно выпущено или первой или второй фабрикой. Всего 45 бракованных стекол, выпущенных обеими фабриками. Вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным, равно отношению числа всех бракованных стекол к общему числу выпущенных: $P(A)=\frac{45}{1000}=0{,}045$.

При использовании рассуждений нужно уметь выбрать подходящее для рассуждений число (общее количество стекол), правильно определить связь между заданным процентным отношением и количеством известным и неизвестным,найти искомую вероятность, используя классическое определение.

2. Интересующее нас событие – купленное в магазине стекло окажется бракованным–может произойти с одним из условий: бракованное стекло выпущено одной из фабрик –первой или второй. Вероятность события найдем по формуле полной вероятности [1, с. 26]:

$$P(A)=P(H_1)\cdot P(A/H_1)+P(H_2)\cdot P(A/H_2),$$

где A – купленное в магазине стекло окажется бракованным,

H_k – стекло изготовлено на k-той фабрике, k=1,2;

A/H_k – бракованное стекло выпущено k-той фабрикой.

$$P(H_1)=P(H_2)=\frac{50}{100}=0{,}5;\ P(A/H_1)=\frac{4}{100}=0{,}04;\ P(A/H_2)=\frac{5}{100}=0{,}05;$$

$$P(A)=0{,}5\cdot 0{,}04+0{,}5\cdot 0.05=0{,}045$$

Ответ: вероятность того, что случайно купленное стекло окажется бракованным, равна 0,045.

Таким образом, тема «Теория вероятности» посвящена углублению и обобщению знаний обучающихся о вероятностном характере различных процессов окружающего мира; применению математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в обществе и природе. Правильное ее изложение способствует успешному усвоению и научению использования математических моделей в описании явлений и процессов.

Список литературы:

1. Баврин, И.И. Теория вероятностей и математическая статистика / И.И. Барвин – М.: Высш. шк., 2005. – 160 с.
2. Гарминович, Н.А. Изучение математики студентами гуманитарных направлений / Н.А. Гарминович // Вопросы педагогики. - 2020. - № 10-2. - С. 48-54.
3. Гарминович, Н.А. К вопросу об организации методико-математической подготовки студентов к внеурочной работе по математике с младшими школьниками / Н.А. Гарминович // Наука и Образование. - 2019. - Т. 2. - № 4. - С. 9.

4. Гарминович, Н.А. Проблемные ситуации в обучении: теория и технологии / Н.А. Гарминович // Актуальные проблемы образования и воспитания: интеграция теории и практики: материалы Национальной контент-платформы. – Мичуринск: Изд.-во Мичуринского ГАУ, 2019. – С. 258-261.

5. ЕГЭ-2018: Математика: 30 тренировочных вариантов экзаменационных работ для подготовки к единому государственному экзамену: профильный уровень /под ред. И.В. Ященко. – М.: АСТ,2018.–135 с.

6. Яковлева, К.С. Прием обобщения и проблемные ситуации / К.С. Яковлева, Н.А. Гарминович // Наука и Образование. - 2020. - Т. 3. - № 2. - С. 296.

UDC 373

STUDYING THE THEORY OF PROBABILITY AT SCHOOL IN THE FRAMEWORK OF THE IMPLEMENTATION OF THE SYSTEM-ACTIVITY APPROACH

Garminovich Natalia Alexandrovna
Candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor
Ivanova Ekaterina Ivanovna
student
Michurinsk State Agrarian University
Michurinsk, Russia

Annotation. The article is devoted to the issues of studying the theory of probability at school. The main questions of the topic, the order of their study are determined, examples are given that illustrate the ideas of the system-activity approach.

Key words: mathematics, combinatorics, probability theory, event, probability.