

УДК 634.1.047:634.1.055

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА АСИММЕТРИЧНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ БИОЛОГИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

**Бобрович Лариса Викторовна**

доктор сельскохозяйственных наук, профессор

bobrovich63@mail.ru

**Андреева Нина Васильевна**

кандидат сельскохозяйственных наук, доцент

89158708767@mail.ru

**Картечина Наталья Викторовна**

заведующая кафедрой

kartechnatali@mail.ru

**Никонова Лариса Ивановна**

доцент

lenaniknrva@rambler.ru

Мичуринский государственный аграрный университет

г. Мичуринск, Россия

**Аннотация.** В статье рассмотрена возможность практического применения функции оценки фактического распределения изучаемых биологических показателей в плодородстве на конкретной выборке объемом 100 единиц наблюдений по показателю длины приростов скелетных ветвей Антоновки обыкновенной. Авторы показывают, что плодородство достаточно развито, чтобы начать построение математических моделей конкретных процессов.

**Ключевые слова:** яблоня, вариабельность показателей, генеральная совокупность, выборка, теоретические распределения.

Практически любой наблюдаемый биологический показатель изменяется в конечных пределах, поэтому применение известных бесконечных распределений влечет за собой во многих случаях значительные ошибки при прогнозировании значений количественного признака [1-11]. Истинное распределение генеральной совокупности может быть как симметричным, так и асимметричным. Плотность вероятности такого распределения за пределами изменений наблюдаемых признаков должна быть равна нулю.

Введем нормированное распределение параметра:

$$t = \frac{X - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}}$$

где  $X$  - наблюдаемые значения признака;  $X_{\min} = X_{\min \text{ набл.}} - \Delta$ ,  $X_{\max} = X_{\max \text{ набл.}} + \Delta$ , минимальные и максимальные наблюдаемые значения с учетом систематической ошибки измерений. Таким образом, при любых значениях  $X$   $t \in [0; 1]$ .

Зададим плотность распределения вероятностей функцией:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t \in (-\infty; 0) \\ \frac{t^\alpha (1 - t^\beta)^\gamma}{\sum_{k=0}^{\gamma} (-1)^k \frac{C_\gamma^k}{\alpha + k\beta + 1}} & t \in (0; 1) \\ 0, & t \in (1; +\infty) \end{cases}$$

$\alpha > 0$   
 $\beta > 0$   
 $\gamma > 0$  целое

Величину  $\gamma$  целесообразно выбирать в виде целого числа, так как в этом случае нормировочные коэффициенты выражаются в виде элементарной функции параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

Функции распределения вероятностей имеют вид:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t \in (-\infty; 0) \\ \frac{1}{\sum_{k=0}^{\gamma} (-1)^k \frac{C_{\gamma}^k}{\alpha + k\beta + 1}} \sum_{k=0}^{\gamma} (-1)^k \frac{C_{\gamma}^k t^{\alpha+k\beta+1}}{\alpha + k\beta + 1}, & t \in (0; 1) \\ 0, & t \in (1; +\infty) \end{cases}$$

Начальный момент порядка  $m$ :

$$M_m(t) = \frac{\sum_{k=0}^{\gamma} (-1)^k \frac{C_{\gamma}^k}{\alpha + k\beta + m + 1}}{\sum_{k=0}^{\gamma} (-1)^k \frac{C_{\gamma}^k}{\alpha + k\beta + 1}}$$

В зависимости от выбранных значений параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  экстремум плотности распределения может располагаться в различных частях интервала  $[0; 1]$ , функция может быть как симметричной, так и асимметричной, менять крутизну своих склонов.

Покажем ее применение на выборке объемом 100 единиц наблюдений длины концевых годовичных приростов деревьев сорта Антоновка обыкновенная.

Таблица 1

Длина концевых годовичных приростов деревьев сорта Антоновка обыкновенная (см)

$X_i$	6	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$n_i$	1	2	2	1	5	4	5	5	3	9	1	8	5	5	4	3	1	8	5
$X_i$	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	39	40	41	45	46	50			
$n_i$	3	1	2	1	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1			

$$X_{\min} = X_{\min B} - \Delta = 5 \text{ см,}$$

$$X_{\max} = X_{\max B} + \Delta = 51 \text{ см}$$

Выборочная средняя  $\bar{x}_v = 22,05$  см, выборочное среднеквадратическое отклонение  $S = 8,8$  см.

Для расчета значений  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  был использован метод моментов. Для данной выборки получили  $\alpha = 0,2$ ;  $\beta = 4,38$ ;  $\gamma = 3$ , то есть плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & t \in (-\infty; 0) \\ 1,9r^{0,2}(1 - t^{4,38})^3 & t \in (0; 1) \\ 0, & t \in (1; +\infty) \end{cases}$$

Критерий Пирсона не исключает при уровне надежности 0,99 гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, с той же надежностью принимается гипотеза о применимости вышеуказанного распределения, но  $\chi^2_{\text{набл.}}=10,53$  для нормального распределения, а для предложенного распределения  $\chi^2_{\text{набл.}} = 3,468$ . Это свидетельствует о большей близости функции  $f(t)$  и плотности распределения генеральной совокупности. На ошибочность применения нормального распределения асимметрии  $A_s = 0,86$ , эксцесс  $E_k = 0,48$  и коэффициент Дарбина-Уотсона  $d = 0,8$ .

Различие в точности оценок долей признака можно судить на следующем примере: в предположении нормального распределения  $P(0 < x < 0) = 0,32$  по предложенному нами распределению  $P=0,39$ , эмпирическая вероятность - 0,38.

Нормальное распределение предлагает совпадение моды и математического ожидания, что в приводимой выборке отсутствует. Значение моды, вычисленное по предложенной нами функции распределения с точностью до десятых долей совпадает с эмпирическим  $M_{o \text{ выч.}} = 17,3$   $M_{o \text{ эмп.}} = 17$ .

Пример достаточно убедительный. Физики, химики, инженеры, экономисты строят вероятностные модели различных процессов, не уповая

на какое-либо одно распределение, так как оно далеко не всегда подходит. Плодоводство достаточно развито, чтобы начать построение математических моделей конкретных процессов.

### **Список литературы:**

1. Андреева Н.В. Оценка качества саженцев различных сортов яблони для промышленных агроценозов / Н.В. Андреева // Сб.: Основы повышения продуктивности агроценозов: материалы Международной научно-практической конференции, посвященной памяти известных ученых И.А. Муромцева и А.С. Татаринцева, 2015. - С. 208-211.

2. Бобрович Л.В. Вариабельность роста и плодоношения слаборослых клоновых подвоев, саженцев и деревьев яблони, оптимизация учетов и оценка различий: автореферат дис. ... кандидата сельскохозяйственных наук / Л.В. Бобрович. - Мичуринск. - 1996. – 24 с.

3. Бобрович Л.В. Повышение точности определения вариационно-статистических характеристик и оценки различий в исследованиях / Л.В. Бобрович, Н.В. Андреева, Н.В. Картечина, Л.И. Никонорова, Н.В. Пчелинцева // Технологии пищевой и перерабатывающей промышленности АПК - продукты здорового питания. – 2019. - № 3 (29). - С. 69-75.

4. Картечина Н.В. Статистическая оценка динамики роста и плодоношения яблони / Н.В. Картечина, А.И. Бутенко, Л.В. Брижанский, Н.В. Пчелинцева, Л.В. Бобрович // Вестник Мичуринского государственного аграрного университета. – 2018. - № 2. - С. 31-36.

5. Кузин А.И. Оптимизация азотного питания яблони (*Malus domestica* Borkh) при фертигации и внесении бактериальных удобрений / А.И. Кузин, Ю.В. Трунов, А.В. Соловьев // Сельскохозяйственная биология. - 2018. - Т. 53. - № 5. - С. 1013-1024.

6. Оценка устойчивости плодовых растений к дестабилизирующим воздействиям на основе анализа спектров отражения листьев / А.Н. Юшков,

Н.В. Борзых, А.И. Бутенко // Журнал прикладной спектроскопии. - 2016. - Т. 83. - № 2. - С. 323-328.

7. Потапов В.А. Биометрия плодовых культур: монография / В.А. Потапов, А.И. Завражнов, Л.В. Бобрович, В.Н. Петрушин. - Мичуринск, 2004. – 332 с.

8. Тарова З.Н. Ростовые характеристики привойно-подвойных комбинаций яблони в условиях Новгородской области / З.Н. Тарова, Л.В. Бобрович О.А. Борисова, Н.В. Кухтикова // Сб.: Приоритетные направления развития садоводства (I Потаповские чтения): материалы Национальной научно-практической конференции, посвященной 85-й годовщине со дня рождения профессора, доктора сельскохозяйственных наук, лауреата Государственной премии Потапова Виктора Александровича. отв. ред. Григорьева Л.В. – Мичуринск, 2019. - С. 278-281.

9. Шамшин И.Н. Анализ генетической коллекции сортов и гибридных форм томата по устойчивости к кладоспориозу с использованием ДНК-маркеров / И.Н. Шамшин, М.В. Маслова, Ю.В. Грязнева // Труды по прикладной ботанике, генетике и селекции. - 2019. - Т. 180. - № 3. - С. 63-70.

10. Kuzin A.I. Effect of fertigation on yield and fruit quality of apple (*Malus domestica* Borkh.) in high-density orchards on chernozems in central Russia / A.I. Kuzin, Y.V. Trunov, A.V. Solovyev // *Acta Horticulturae*. -2018. - Т. 1217. - С. 343-349.

11. Plant protection and foliar fertilizing technology of apple (*Malus domestica* Borkh) / A.I. Kuzin, N.Ya. Kashirskaya, A.M. Kochkina, B.I. Smagin // *International Journal of Engineering and Advanced Technology*. - 2019. - Т. 8. - № 6. - С. 3613-3620.

**THEORETICAL EVALUATION OF ASYMMETRIC DISTRIBUTIONS  
OF BIOLOGICAL INDICATORS**

**Bobrovich Larisa Viktorovna**

Doctor of Agricultural Sciences, Professor

bobrovich63@mail.ru

**Andreeva Nina Vasilievna**

Candidate of Agricultural Sciences, Associate Professor

89158708767@mail.ru

**Kartechina Natalia Viktorovna**

Head of Department

kartechnatali@mail.ru

**Nikonorova Larisa Ivanovna**

Docent

lenaniknrva@rambler.ru

Michurinsk State Agrarian University

Michurinsk, Russia

**Abstract.** The article considers the possibility of practical application of the function of assessing the actual distribution of the studied biological indicators in fruit growing on a specific sample of 100 observation units in terms of the growth length of the skeletal branches of the common Antonovka. The authors show that horticulture is sufficiently developed to begin building mathematical models of specific processes.

**Keywords:** apple tree, indicator variability, population, sample, theoretical distributions