УДК 378.147.227

ЛИНИИ II ПОРЯДКА В ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

Наталья Александровна Гарминович
кандидат физико-математических наук, доцент
krasaverenei@mail.ru
Алексей Эдуардович Дашков
студент
dashkova.lena2016@yandex.ru
Мичуринский государственный аграрный университет
г. Мичуринск, Россия

Аннотация. В статье демонстрируется возможность применения методов и моделей аналитической геометрии на плоскости в решении прикладных задач экономического содержания. Определяемые линии второго порядка иллюстрируют выбор расположения объекта, участвующего в заданных экономических отношениях.

Ключевые слова: математика, аналитическая геометрия, метод координат, окружность, гипербола, экономические задачи**.**

Средства и методы математики позволяют решать экономические задачи, которые выражают зависимости переменных величин, в том числе, анализировать экономические показатели, находить оптимальные решения при распределении ресурсов, оценивать степень взаимосвязи явлений, планировать производство и изображать изменения параметров на графике и пр. Применимость метода определяется условием экономической задачи и его анализом, необходимым для построения математической модели экономического процесса или объекта.

Так, выбор географического местоположения объекта, участвующего в экономических отношениях сводится к математическим задачам на определение геометрического места точек плоскости, удовлетворяющих заданным условиям. Например, задача о вычислении наиболее экономичного расстояния для перевозок, задача о нахождении точки безубыточности, задача о вычислении издержек на производство нескольких единиц некоторой продукции. Математические знания позволяют свести экономическую задачу к известному алгоритму и решить ее.

Рассмотрим, как линии второго порядка проявляются в решении двух элементарных экономических задач. Вывод сделаем с использованием метода координат аналитической геометрии [1-2].

Задача 1. Торфоразработки A и B, расстояние между которыми 400 км, отпускают торф по одинаковой цене. Транспортные расходы из разработок A в $1{,}5$ раза дороже, чем из B. Определить границу районов более экономичного обеспечения торфом.

Решение. Изобразим на графике заводы точками A и B, а текущую точку линии границы районов $M(x,y)$. За начало координат возьмем середину отрезка AB и за ось OX направление AB.

Тогда $A(-c;0)$ и $B(c;0)$, где $AB = 2c = 400$ км, $c = 200$ км.

$$\text{По условию, } AM = 1{,}5BM \tag{1}$$

По формуле расстояния между точками [3]:

$$AM = \sqrt{(x+200)^2 + y^2}, \ BM = \sqrt{(x-200)^2 + y^2} \tag{2}$$

Подставим выражения (2) в равенство(1), получим уравнение:

$$\sqrt{(x+200)^2 + y^2} = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Упростим полученное уравнение, возведя обе части в квадрат:

$$(x+200)^2 + y^2 = (x-200)^2 + y^2,$$

и после приведения подобных членов, получаем уравнение второго порядка вида:

$$x^2 + y^2 - 1040x + 40000 = 0 \tag{3}$$

или после выделения полного квадрата в (3) имеем каноническое уравнение:

$(x+520)^2 + y^2 = 480^2$ – уравнение окружности с центром $O_1(-520;0)$ и радиусом $R = 480$ км.

Ответ: Границей районов более экономичного обеспечения торфом являются окружность $(x+520)^2 + y^2 = 480^2$.

Внутри окружности будет выгодно получать продукцию завода B, а вне – завода A.

Задача 2. Расстояние между двумя угольными бассейнами 1000 км. Для бассейна A отпускная цена угля $p_1 = 5400$ рублей, для бассейна B отпускная цена $p_2 = 6360$ рублей. Транспортные расходы (t) на 1 км пути одинаковые – 1руб. Определить более экономичные районы снабжения углём.

*Решение. Р*асстояние между двумя угольными бассейнами составит $2c = 1000$ км, где $c = 500$ км. Транспортные расходы (t) на 1 км пути одинаковые – 1руб. Обозначим текущую точку искомой линии $M(x;y)$. Пусть $S_1 = AM$, $S_2 = BM$, z - стоимость продукции.

Пусть стоимость в этой точке $M(x;y)$ единицы продукции, зависящая от отпускной цены и издержек на транспортировки равна:

для A: $z = p_1 + t \cdot S_1$;

для B: $z = p_2 + t \cdot S_2$.

По условию задачи для искомой линии стоимости должны быть равны между собой. Имеем уравнение:

$$p_1 + t \cdot S_1 = p_2 + t \cdot S_2$$

Отсюда, $t \cdot S_1 - t \cdot S_2 = p_2 - p_1$ или $S_1 - S_2 = \frac{p_2 - p_1}{t}$.

Известно, что разность расстояний $S_1 - S_2 = AM - BM = 2a$ – величина постоянная. По формуле расстояний между точками [3], находим, что:

$$AM = \sqrt{(x+c)^2 + y^2} \text{ и } BM = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

Следовательно, множество искомых точек принадлежат по определению гиперболе, уравнение которой

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$$

приводится к виду:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ где } b^2 = c^2 - a^2 \text{ [4].}$$

Параметры a, b определяем из условия: $a = \frac{p_2 - p_1}{2 \cdot t}$:

$$a = \frac{6360 - 5400}{2 \cdot 1} = 480;\ b^2 = 500^2 - 480^2 = 19600;\ b = 140$$

Наиболее экономически выгодные местами снабжения углём являются точки гиперболы: $\frac{x^2}{480^2} - \frac{y^2}{140^2} = 1$

Внутри кривой уголь выгодно получать с бассейна B, а вне кривой с бассейна A.

Ответ: Границей районов более экономичного обеспечения углем являются гипербола $\frac{x^2}{480^2} - \frac{y^2}{140^2} = 1$.

Внутри гиперболы будет выгодно получать продукцию завода B, а вне – завода A.

Таким образом, основой успешного применения математического метода для решения экономической задачи является рассмотрение и анализ ее качественной и количественной сторон.

Изучение курса высшей математики позволяет применять математический метод в различных исследованиях и при решении практических вопросов.

Список литературы:

1. Гарминович Н.А. О прикладной ориентации вузовского курса математики // Наука и образование. 2024. Т. 7. №1 .
2. Гарминович Н.А. Использование приемов системного анализа информации при обучении математике // Наука и образование. 2024. Т. 7. № 4.
3. Ильин В.А., Позднякк В.Г. Аналитическая геометрия: Учеб. для Вузов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 224 с.
4. Киселева Л.Г., Смирнова Т.Г., Шульц М.М. Кривые и поверхности второго порядка. Учебное пособие. Нижний Новгород: Нижегородский университет, 2009. 77 с.

UDC 378.147.227

SECOND-ORDER LINES IN ELEMENTARY ECONOMIC PROBLEMS

Natalya. Al. Garminovich
candidate of physical and mathematical sciences, associate professor
krasaverenei@mail.ru
Aleksey Ed. Dashkov
student
dashkova.lena2016@yandex.ru
Michurinsk State Agrarian University
Michurinsk, Russia

Abstract. This article demonstrates the feasibility of applying methods and models of analytic geometry to a plane to solve applied economic problems. The resulting second-order lines illustrate the choice of location for an object involved in given economic relationships.

Keywords: mathematics, analytical geometry, coordinate method, circle, hyperbola, economic problems.

Статья поступила в редакцию 25.02.2026; одобрена после рецензирования 20.03.2026; принята к публикации 31.03.2026.

The article was submitted 25.02.2026; approved after reviewing 20.03.2026; accepted for publication 31.03.2026.