

УДК 004.94:51

## ЦИФРОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МАТЕМАТИКЕ: НОВЫЕ ГОРИЗОНТЫ ДЛЯ АНАЛИЗА, МОДЕЛИРОВАНИЯ И РЕШЕНИЯ СЛОЖНЫХ ЗАДАЧ

**Амангулы Оразгулыев<sup>1</sup>**

кандидат физико-математических наук, старший преподаватель

tdu@tdu.edu.tm

**Гурбанмырат Аннамырадович Гараев<sup>2</sup>**

старший преподаватель,

заведующий кафедрой высшей математики и информатики

<sup>1</sup>Туркменский государственный университет имени Махтумкули

<sup>2</sup>Туркменский государственный институт экономики и управления

Ашхабад, Туркменистан

**Аннотация.** Статья рассматривает влияние цифровых технологий на решение сложных математических задач, с акцентом на использование численных методов, искусственного интеллекта и машинного обучения, а также математическое моделирование и симуляцию физических процессов. Описываются методы, такие как метод конечных элементов (МКЭ), метод Монте-Карло, нейронные сети для прогнозирования и оптимизации, а также молекулярная динамика для моделирования взаимодействий между частицами. В статье также рассматривается использование вычислительной математики в науке о материалах и инженерии для предсказания свойств материалов, а также роль визуализации данных и виртуальной реальности для анализа и взаимодействия с математическими моделями. Рассмотренные технологии расширяют горизонты математических исследований и позволяют решать задачи, которые ранее считались невозможными.

**Ключевые слова:** цифровые технологии, численные методы, метод конечных элементов, метод Монте-Карло, искусственный интеллект, машинное обучение, нейронные сети, молекулярная динамика, математическое моделирование, виртуальная реальность, оптимизация, вычислительная математика, наука о материалах.

Цифровые технологии оказывают значительное влияние на различные области науки и техники, и математика не является исключением. Современные математические методы и вычислительные ресурсы, такие как численные методы, искусственный интеллект (AI), машинное обучение (ML) и математическое моделирование, позволяют решать задачи, которые ранее казались невозможными. Эти инновации открывают новые горизонты для анализа, моделирования и решения сложных задач в математике, значительно улучшая точность, скорость и эффективность вычислений. В данной статье рассматриваются ключевые направления использования цифровых технологий в математике и приведены примеры применения этих технологий на практике [1].

### **Использование численных методов для решения сложных математических задач.**

Численные методы занимают важное место в решении математических задач, которые невозможно решить аналитически. Один из примеров — это метод конечных элементов (МКЭ), который широко используется для решения задач механики, теплопередачи и гидродинамики. МКЭ позволяет разбить сложную задачу на несколько простых частей, решая каждую часть на основе численных методов.

Пример применения МКЭ: Для задачи теплопередачи в однородной среде с постоянными теплопроводностью и теплоемкостью можно записать уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T$$

где  $\partial T$  — температура,  $\alpha$  — коэффициент теплопроводности,  $\nabla^2$  — лапласиан. Используя метод конечных элементов, можно представить задачу как систему линейных алгебраических уравнений, которую затем решают с помощью численных методов, таких как метод Гаусса или LU-разложение [2].

Другим примером является метод Монте-Карло, который используется для решения интегралов в многомерных пространствах. Например, для оценки интеграла:

$$I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$$

метод Монте-Карло генерирует случайные числа  $x$  в пределах от 0 до 1 и рассчитывает среднее значение функции  $e^{-x^2}$ , используя статистические методы для оценки интеграла [2].

### **Применение искусственного интеллекта и машинного обучения в математических исследованиях.**

Искусственный интеллект и машинное обучение стали важными инструментами для анализа данных и решения сложных математических задач. Одним из ярких примеров является использование нейронных сетей для решения задач регрессии и классификации. Например, с помощью нейронных сетей можно предсказать значения функций на основе обучающих данных, используя алгоритмы обучения с учителем.

Пример задачи: Прогнозирование значений функции  $f(x)$ , где  $x$  — это многомерный входной вектор, а  $f(x)$  — функция, определяющая результат. Используя многослойную нейронную сеть, можно обучить модель на обучающих данных, а затем использовать её для прогнозирования значений функции на новых данных [3].

Математическая модель нейронной сети:

$$y = \sigma(W_2 * \sigma(W_1 * x + b_1) + b_2)$$

где  $x$  — входной вектор,  $W_1$  и  $W_2$  — веса,  $b_1$  и  $b_2$  — смещения,  $\sigma$  — активационная функция (например, сигмоида или ReLU).

Применение таких технологий позволяет значительно ускорить процессы поиска решений в задачах оптимизации, прогнозирования и классификации.

### **Моделирование и симуляция физических процессов с использованием математических моделей.**

Математическое моделирование позволяет описывать физические процессы с помощью уравнений и использовать цифровые технологии для их численного решения. Одним из примеров является метод молекулярной

динамики, который используется для моделирования взаимодействий между частицами (например, атомами или молекулами) [4].

Математическая модель молекулярной динамики включает уравнения движения, которые описывают изменения положения и скорости частиц с течением времени. Для частиц, взаимодействующих через потенциал Леннарда-Джонса, уравнение может быть следующим:

$$F_i = -\nabla_i U(r_i)$$

где  $F_i$  — сила, действующая на частицу  $i$ ,  $U(r_i)$  — потенциал взаимодействия,  $r_i$  — расстояние между частицами. Для моделирования взаимодействий на больших временных интервалах используют численные методы интегрирования, такие как метод Эйлера или метод Верле [4].

### **Применение вычислительной математики в инженерии и науке о материалах.**

Цифровые технологии играют важную роль в области науки о материалах, где математические модели используются для прогнозирования поведения материалов при различных условиях. Одним из примеров является использование методов оптимизации для разработки новых материалов с заданными характеристиками, например, для создания легких, прочных и устойчивых к деформации материалов.

Вычислительная математика помогает моделировать микроструктуру материалов, чтобы предсказать их макроскопические свойства. Например, для анализа прочности материала можно использовать методы конечных элементов для моделирования напряжений и деформаций в структуре.

Пример задачи: Для материала, подверженного растяжению, уравнение равновесия может быть представлено как систему дифференциальных уравнений:

$$\sigma = E * \epsilon$$

где  $\sigma$  — напряжение,  $E$  — модуль Юнга,  $\epsilon$  — деформация. Используя метод конечных элементов, можно смоделировать распределение напряжений и предсказать поведение материала при различных условиях [5].

## **Визуализация математических данных и использование виртуальной реальности (VR).**

Визуализация данных является важным инструментом в математике для анализа и интерпретации сложных многомерных данных. Одним из примеров является использование трехмерной графики для представления решений дифференциальных уравнений или многомерных интегралов. Виртуальная реальность также открывает новые возможности для взаимодействия с математическими моделями, позволяя ученым "погружаться" в данные и изучать их с разных точек зрения.

Пример: Для визуализации решений системы дифференциальных уравнений, например, для моделирования движения планет, можно использовать трехмерную графику для отображения орбит и траекторий. Виртуальная реальность может быть использована для создания интерактивных моделей, которые позволяют пользователю изменять параметры системы и наблюдать за изменениями в реальном времени [4].

### **Заключение**

Цифровые технологии в математике играют ключевую роль в решении сложных задач, обеспечивая новые возможности для моделирования, анализа и вычислений. Применение численных методов, искусственного интеллекта, математического моделирования и визуализации данных значительно расширяет горизонты математических исследований и способствует решению задач, которые раньше были труднодостижимыми. Развитие вычислительных технологий продолжает открывать новые перспективы в различных областях науки и техники, делая возможным более глубокое понимание природы и оптимизацию решений в реальных приложениях.

### **Список литературы:**

1. Гобыш А.В. Опыт внедрения цифровых технологий в математическую подготовку инженеров // Вестник Тверского государственного университета. Серия: Педагогика и психология. 2023. № 1 (62). С. 176–185.

2. Румянцева И.Б., Румянцев В.Е. Цифровые технологии как средство формирования межпредметных знаний и умений по математике и информатике у школьников // Дистанционные технологии в образовании. 2024. № 1. С. 11–20.

3. Белова Е.И. Применение цифровых технологий на уроках математики // Цифровая трансформация современного образования: материалы Всероссийской научно-методической конференции с международным участием. 2020. С. 242–244.

4. Элизаров А., Кириллович А., Липачев Е., Невзорова О. OntoMath Digital Ecosystem: онтологии, аналитика и управление математическими знаниями // arXiv preprint arXiv:1702.05112. 2017. URL: <https://arxiv.org/abs/1702.05112> (дата обращения: 20.03.2025).

5. Шокалюк С.В., Маркова О.М., Семериков С.О. SageMathCloud как средство облачного обучения дисциплинам математики и информатики // arXiv preprint arXiv:1807.10658. 2018. URL: <https://arxiv.org/abs/1807.10658> (дата обращения: 20.03.2025).

**UDC 004.94:51**

**DIGITAL TECHNOLOGIES IN MATHEMATICS: NEW HORIZONS  
FOR ANALYSIS, MODELING AND SOLVING COMPLEX PROBLEMS**

**Amanguly Orazgulyev<sup>1</sup>**

Candidate in physics and mathematics, senior lecturer  
tdu@tdu.edu.tm

**Gurbanmyrat An. Garayev<sup>2</sup>**

senior lecturer,  
head of the department of higher mathematics and informatics

<sup>1</sup>Magtymguly Turkmen State University

<sup>2</sup>Turkmen State Institute of Economics and Management  
Ashgabat, Turkmenistan

**Abstract.** The article examines the impact of digital technologies on solving complex mathematical problems, with an emphasis on the use of numerical methods, artificial intelligence and machine learning, as well as mathematical modeling and simulation of physical processes. Methods such as the finite element method (FEM), Monte Carlo method, neural networks for forecasting and optimization, and molecular dynamics for modeling interactions between particles are described. The article also discusses the use of computational mathematics in materials science and engineering to predict material properties, as well as the role of data visualization and virtual reality for analyzing and interacting with mathematical models. The technologies discussed expand the horizons of mathematical research and allow solving problems that were previously considered impossible.

**Key words:** digital technologies, numerical methods, finite element method, Monte Carlo method, artificial intelligence, machine learning, neural networks, molecular dynamics, mathematical modeling, virtual reality, optimization, computational mathematics, materials science.

Статья поступила в редакцию 30.01.2025; одобрена после рецензирования 21.03.2025; принята к публикации 31.03.2025.

The article was submitted 30.01.2025; approved after reviewing 21.03.2025; accepted for publication 31.03.2025.