УДК 378.147.227

ПРИЕМ РЕАЛИЗАЦИИ ПРИНЦИПА ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ИНТЕГРАЛОВ

Наталья Александровна Гарминович
кандидат физико-математических наук, доцент
krasaverenei@mail.ru
Мичуринский государственный аграрный университет
г. Мичуринск, Россия

Аннотация. В статье рассматриваются аспекты организации обучения математике с использованием прикладных задач как средства повышения математической подготовки студентов непрофильных специальностей. Приводятся примеры на вычисление объема тела, ограниченного поверхностями.

Ключевые слова: математика, интеграл, объем фигуры, прикладная направленность.

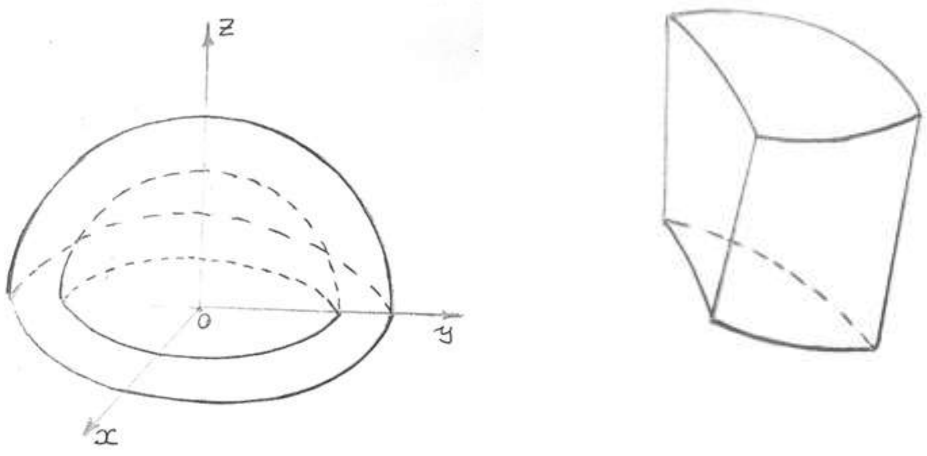
Одним из направлений повышение качества математического образования студентов служит прикладная направленность курса, основанная на теории познания и проявляющаяся в связи обучения с практикой жизни. С другой стороны, успешное использование приложений невозможно без знаний по предмету.

Программа по математике для студентов педагогического гуманитарного направления подготовки включает вопросы интегрального исчисления, отдельные аспекты которых включены в школьную программу. Так, в 11 классе СОШ ученики знакомятся с понятиями первообразной и определенным интегралом, при этом материал закрепляется на небольшом количестве примеров, а задачи по ЕГЭ этой темы включены в блок задач по производной [3, 149]. В виду недостаточной математической подготовки студентов по этой теме, изучение ее вызывает затруднения и отрицание, плюс оно ограничено количеством часов (2 часа лекций, 2 часа практических занятий по теме «Определенный интеграл и его приложения» из 36 аудиторных). Актуализировать знания, заинтересовать студентов темой предлагается с помощью решения прикладных задач на занятиях, например, на определение площади плоской фигуры или объема тела, которые встречаются в окружении. Как известно, расчет площади криволинейной фигуры, объема тела с переменными параметрами проводится с помощью определенного интеграла [1, 132-149]. В качестве задания студентам может быть предложено вычисление объема строения с помощью формул геометрии и использования интеграла и сравнение эффективности способов решения. Например, на занятии студентам предлагается выяснить, как теоретическая задача может использоваться в практическом сюжете: определить объем храма, представляющего сложное соединение колоннообразного здания с круглой крышей. Геометрический расчет определяется как сумма объемов составных фигур, но при этом возникает сложность подбора соединения основания крыши со стенами здания, которая зависит от физических свойств переменных величин, определяющих ее размеры. Таким образом, проверкой правильности расчета, который мог быть использован для построения, окажутся неудачные попытки построения, а их количество будет зависеть от мастерства исполнителей. Добавление к расчетам стоимости материалов послужит еще одним аргументом выбора способа решения [2, 261].

На занятии предлагается рассмотреть несколько примеров на вычисление объемов фигур, ограниченных поверхностями, с помощью определенного интеграла [4].

Задача 1. Вычислить объем тела, ограниченного линиями:

$$\begin{cases} 16 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 100 \\ \sqrt{3} \cdot x \le y \le 0 \\ \frac{\pi}{6} \le \varphi \le \frac{\pi}{}2 \\ 0 \le \theta \le \frac{\pi}{3} \\ 4 \le r \le 10 \end{cases} \qquad (1)$$



а) *б)*

Рисунок 1 - Задача 1

Решение находим с помощью интеграла:

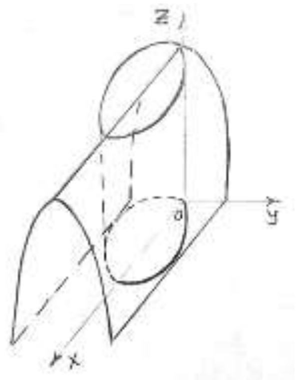
$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} d\theta \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_4^{10} r^4 \cdot \sin^4 \varphi \cdot d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{3}} d\theta \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{10^5 - 4^5}{5} \cdot \sin^4 \varphi \cdot d\varphi =$$

$$= \frac{10^5 - 4^5}{5} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{3}} d\theta \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{2} - 2 \cdot \cos 2\varphi + \cos 4\varphi \right) d\varphi = \frac{10^5 - 4^5}{5} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{4\pi + 3\sqrt{3}}{32} d\theta =$$

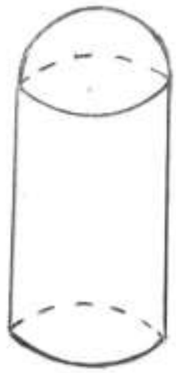
$$\frac{10^5 - 4^5}{5} \cdot \frac{4\pi + 3\sqrt{3}}{32} \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{\left(10^5 - 4^5\right) \cdot \left(4\pi + 3\sqrt{3}\right)\pi}{480} \qquad (2)$$

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного линиями

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 4x = 8 \\ z = 8 - y^2, z = 0 \end{cases} \tag{3}$$



а)



б)

Рисунок 2- Задача 2

Фигура симметрична относительно плоскости XOZ, поэтому расчет будем вести для половины искомого объема.

Определим границы для переменных:

$$\begin{cases} 0 \le x \le 4 \\ 0 \le y \le \sqrt{4-(x+2)^2} \\ 0 \le z \le 8 - y^2 \end{cases} \tag{4}$$

Решение находим с помощью тройного интеграла:

$$\frac{1}{2}V = \int_0^4 dx \int_0^{\sqrt{4-(x+2)^2}} dy 0 \int^{8-y^2} dz = \int_0^4 dx \int_0^{\sqrt{4-(x+2)^2}} (8 - y^2)dy = 8\int_0^4 dx \int_0^{\sqrt{4-(x+2)^2}} dy - \int_0^4 dx \int_0^{\sqrt{4-(x+2)^2}} y^2 dy =$$

$$= 8\int_0^4 \sqrt{4-(x+2)^2}\, dx - \frac{1}{3}\int_0^4 \left(4-(x+2)^2\right)^{\frac{3}{2}} dx =$$

$$\frac{1}{2}\left((x+2)\sqrt{4-(x+2)^2} + 4\arcsin\frac{x+2}{2}\right)\Bigg|_0^4 = \frac{\pi}{2} + \frac{7}{3} \tag{5}$$

Значит, объем фигуры равен

$$V = 2\left(\frac{\pi}{2} + \frac{7}{3}\right) = \pi + \frac{14}{3}\left(ед^3\right)$$

Задача 3. Найти объем фигуры, ограниченной линиями:

$$\begin{cases} z = \sqrt{9 - x^2 - y^2} \\ z = \sqrt{\frac{1}{80}\left(x^2 + y^2\right)} \end{cases} \quad (6)$$

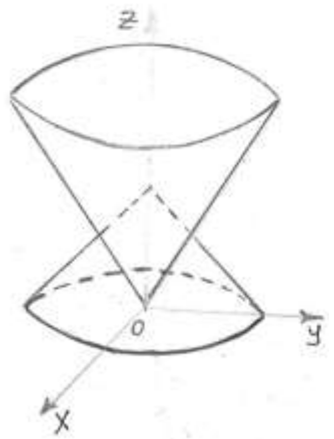


Рисунок 3 - Задача 3

Координаты точек пересечения фигур являются решениями уравнения:

$$9 - x^2 = \frac{1}{80} x^2$$

$$x_1 = \frac{4\sqrt{5}}{3}; x_2 = -\frac{4\sqrt{5}}{3} \quad (7)$$

Фигура симметрична относительно оси OZ, поэтому будем вычислять половину ее объема. Ограничения фигуры задаются системой неравенств:

$$\begin{cases} 0 \le x \le \frac{4\sqrt{5}}{3} \\ 0 \le y \le \sqrt{9 - x^2} \\ \sqrt{\frac{1}{80}\left(x^2 + y^2\right)} \le z \le \sqrt{9 - x^2 - y^2} \end{cases} \quad (8)$$

$$\frac{1}{2}V = \int_0^{4\sqrt{5}} dx \int_0^{\sqrt{9-x^2}} dy \int_{\sqrt{\frac{1}{80}\left(x^2+y^2\right)}}^{\sqrt{9-x^2-y^2}} dz = \int_0^{4\sqrt{5}} dx \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \sqrt{9 - x^2 - y^2} dy - \frac{1}{80} \int_0^{4\sqrt{5}} dx \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \sqrt{\left(x^2 + y^2\right)} dy \approx 2{,}5 \quad (9)$$

$$V = 5\left(ед^3\right)$$

Использование задач, решение которых имеет практическую направленность, побуждает к изучению новых математических понятий, способствует лучшему пониманию материала и его закреплению, служит связующим звеном между теорией и практикой.

При этом, задачи должны стать важной составляющей процесса обучения, соответствовать программе курса и в их содержании обязаны отражаться математические и нематематические проблемы окружающего мира.

Таким образом, решение задач, возникающих вне математики математическими методами, раскрывает их универсальность, способствует реализации межпредметных связей, прикладной практической направленности обучения, что, в целом, позволяет повысить научность и доступность обучения.

Список литературы:

1. Баврин И.И. Курс высшей математики: Учеб. для студ. высш. пед.учеб. заведений. М.: Гуманит.изд. центр ВЛАДОС. 2004. 560 с.

2. Гарминович Н.А. Проблемные ситуации в обучении: теория и технологии // Актуальные проблемы образования и воспитания: интеграция теории и практики: материалы Национальной контент-платформы (г. Мичуринск, 12 декабря 2019 г.). Мичуринск: Изд.-во Мичуринского ГАУ. 2019. С. 258-261.

3. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч.1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. М.: Мнемозина. 2020. 287 с.

4. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике. Учеб. для студ. высш. пед.учеб. заведений. М.: Высшая школа. 2013. 304 с.

УДК 378.147.227

THE METHOD OF IMPLEMENTING THE PRINCIPLE OF APPLIED ORIENTATION IN THE STUDY OF INTEGRALS

Natalya. A. Garminovich

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor

krasaverenei@mail.ru

Michurinsk State Agrarian University

Michurinsk, Russia

Abstract. The article deals with aspects of the organization of teaching mathematics using applied problems as a means of improving the mathematical training of students of non-core specialties. Examples are given for calculating the volume of a body bounded by surfaces.

Keywords: mathematics, integral, figure volume, applied orientation

Статья поступила в редакцию 01.11.2022; одобрена после рецензирования 15.12.2022; принята к публикации 20.12.2022.

The article was submitted 01.11.2022; approved after reviewing 15.12.2022; accepted for publication 20.12.2022.