

УДК 378.14:372.851

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ КАК СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ

Гарминович Наталья Александровна

кандидат физико-математических наук, доцент

krasaverenei@mail.ru

Севостьянова Марина Алексеевна

студентка

Мичуринский государственный аграрный университет

г. Мичуринск, Россия

Аннотация. В статье определяются формы контроля, применяемые при обучении студентов математике. Рассматривается вариант контрольной работы вместе с решением с заданиями по темам линейной алгебры, аналитической геометрии и алгебры комплексных чисел на проверку знаний по одним разделам для решения задач по другим.

Ключевые слова: математика, контрольная работа, уравнение, треугольник, комплексные числа.

Эффективность обучения проявляется в устойчивых знаниях предмета и умениях пользоваться этими знаниями при решении различных прикладных задач. Математическое образование направлено на овладение специфическими математическими знаниями и развитие умения обобщать данные эксперимента, находить зависимости между ними, выявлять различия и определять общее, находить доказательство, определять правильность решения и, в целом, видеть проблему и понимать, как можно приблизиться к ее решению [5-10].

Условием прочных и глубоких знаний является, в том числе, своевременная организация проверочных, контрольных работ. Именно контроль позволяет дисциплинировать процесс познания нового на уровне, необходимом для собственного образования.

Задачами контрольных мероприятий по предмету становятся:

- актуализация новых для обучающихся знаний;
- необходимость новых знаний для изучения последующих тем;
- удовлетворение практических потребностей;
- определение уровня подготовки обучающихся;
- проверки выбранной методики обучения.

Проверочные, контрольные работы относятся к формам самостоятельной работы по предмету и могут быть реализованы в виде воспроизводящей контрольной или самостоятельной работы и реконструктивно-вариативной.

Проведение воспроизводящих работ необходимо для запоминания способов действий в конкретных ситуациях, формирования умений и навыков и их прочного закрепления. Деятельность студентов при выполнении таких работ не совсем самостоятельная, так как их действия ограничиваются повторением действий по образцу. Такие работы мы проводим на практических занятиях по закреплению тем одного или нескольких разделов, когда недостаточно программного времени на проведение нескольких модульных мероприятий. Они формируют основу для самостоятельной деятельности студента. Объем работы определяется временем, как правило, это половина пары или ее четверть [1, 2].

Реконструктивно-вариативные контрольные работы позволяют на основе теоретического материала и полученных ранее умений самостоятельно найти конкретные способы решения задачи применительно к данным условиям задания. Такие работы приводят студентов к осмысленному переносу значений в типовые ситуации, учат анализировать события, явления, факты, формируют приёмы и методы познавательной деятельности, способствуют развитию внутренних мотивов к познанию, создают условия для развития мыслительной активности обучающихся и формируют основания для их дальнейшей творческой деятельности. Такие работы могут проводиться на занятиях в течение 2 часов или в качестве домашнего задания [3, 4].

Рассмотрим один из вариантов контрольной работы по математике вместе с решением. Контрольная проводится по окончании изучения тем по линейной алгебре, аналитической геометрии и алгебре комплексных чисел и содержит три задания на проверку знаний по одним разделам для решения задач по другим.

Задача 1. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} (2+i) \cdot z_1 + (1+2i) \cdot z_2 = i \\ (5+3i) \cdot z_1 + (3+7i) \cdot z_2 = 1-2i \end{cases}$$

■ Опишем систему по ее внешнему виду. Система содержит два неоднородных линейных уравнений с двумя неизвестными, коэффициенты при неизвестных — комплексные числа. Выпишем расширенную матрицу коэффициентов системы уравнений:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2+i & 1+2i & i \\ 5+3i & 3+7i & 1-2i \end{array} \right), \text{ где } i - \text{мнимая единица, } i^2 = -1.$$

Решим систему линейных уравнений по правилу Крамера.

Вычислим определитель матрицы коэффициентов:

$$d = \begin{vmatrix} 2+i & 1+2i \\ 5+3i & 3+7i \end{vmatrix} = (2+i)(3+7i) - (1+2i)(5-3i) = -1+17i - (-1+13i) = 4i$$

Т.к. определитель системы отличен от нуля, то неоднородная система линейных уравнений имеет единственное решение.

Вычислим значение определителей d_1 и d_2 .

$$d_1 = \begin{vmatrix} i & 1+2i \\ 1-2i & 3+7i \end{vmatrix} = i \cdot (3+7i) - (1-2i)(1+2i) = 3i - 7 - 5 = -12 + 3i$$

$$d_2 = \begin{vmatrix} 2+i & i \\ 5+3i & 1-2i \end{vmatrix} = (2+i)(1-2i) - i \cdot (5+3i) = 4 - 3i - (5i - 3) = 7 - 8i$$

Неизвестные z_1 и z_2 определим из отношения:

$$z_1 = \frac{d_1}{d} = \frac{-12+3i}{4i} = \frac{(-12+3i) \cdot i}{4i^2} = \frac{3}{4} + 3i$$

$$z_2 = \frac{d_2}{d} = \frac{7-8i}{4i} = \frac{(7-8i) \cdot i}{4i^2} = -2 - \frac{7}{4}i \quad \blacksquare$$

Ответ: система уравнений имеет единственное решение вида $\left(\frac{3}{4} + 3i; -2 - \frac{7}{4}i\right)$.

Задача 2. Вычислить значения выражения

$$\sqrt[4]{\frac{(5+i)(3+5i)}{-2i} - \frac{5+10i}{2-i}}$$

■ Обозначим подкоренное выражение через комплексное число z :

$$z = \frac{(5+i)(3+5i)}{-2i} - \frac{5+10i}{2-i}$$

Проведем преобразования по действиям. Вычислим

$$1). \frac{(5+i)(3+5i)}{-2i} = \frac{10+28i}{-2i} = \frac{(10+28i) \cdot i}{-2i^2} = \frac{10i-28}{2} = -14 + 5i$$

$$2). \frac{5+10i}{2-i} = \frac{5 \cdot 2 + 10 \cdot (-1)}{2^2 + 1^2} + \frac{10 \cdot 2 + 5 \cdot 1}{2^2 + 1^2} \cdot i = 0 + \frac{25}{5} \cdot i = 5i$$

$$3). \frac{(5+i)(3+5i)}{-2i} - \frac{5+10i}{2-i} = -14 + 5i - 5i = -14$$

Значит, $z = -14$. Запишем комплексное число z в тригонометрической форме.

$$\text{Имеем, } z = -14 = a + bi; a = -14, b = 0$$

Точка с координатами $(-14, 0)$ лежит слева от нуля на действительной оси.

Угол между положительным направлением оси абсцисс и направлением из начала координат на точку z равен π . По определению, $|z| = 14$ – модуль комплексного числа, равный расстоянию от начала координат до точки z .

Следовательно, $z = 14(\cos \pi + i \sin \pi)$ – тригонометрическая форма комплексного числа $z = -14$.

Корень 4-й степени из комплексного числа z найдем по формуле:

$$\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{14} \cdot \left(\cos \frac{\pi + 2\pi k}{4} + i \cdot \sin \frac{\pi + 2\pi k}{4} \right), \text{ где } k = 0, 1, 2, 3.$$

Корень четвертой степени из комплексного числа z имеет четыре значения. Найдем эти значения. Имеем:

$$k = 0, \sqrt[4]{-14} = \sqrt[4]{14} \cdot \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt[4]{14} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$k = 1, \sqrt[4]{-14} = \sqrt[4]{14} \left(\cos \frac{\pi + 2\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2\pi}{4} \right) = \sqrt[4]{14} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) = \sqrt[4]{14} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

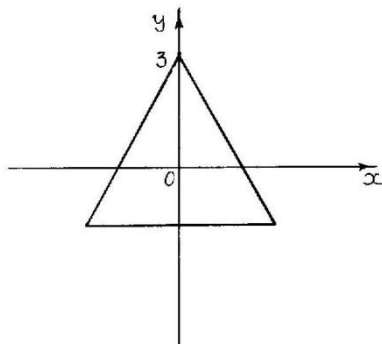
$$k = 2, \sqrt[4]{-14} = \sqrt[4]{14} \left(\cos \frac{\pi + 4\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 4\pi}{4} \right) = \sqrt[4]{14} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right) = \sqrt[4]{14} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$k = 3, \sqrt[4]{-14} = \sqrt[4]{14} \left(\cos \frac{\pi + 6\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 6\pi}{4} \right) = \sqrt[4]{14} \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right) = \sqrt[4]{14} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \blacksquare$$

Ответ: $\sqrt[4]{14} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \pm i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right), \sqrt[4]{14} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \pm i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$

Задача 3. Найдите комплексные числа, соответствующие вершинам правильного треугольника с центром в точке $3 + i\sqrt{2}$, стороной, параллельной оси абсцисс и радиусом описанного круга, равным 3.

■ Рассмотрим правильный треугольник с центром в начале координат. Тогда одна из вершин имеет координату $(0, 3)$.



Точке с координатами $(0, 3)$ соответствует комплексное число $z_1 = 0 + 3i$

или в тригонометрической форме $z_1 = 3 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2} \right)$

Следующие вершины треугольника получаются двумя последовательными поворотами радиус-вектора точки $(0,3)$ на угол $\frac{2\pi}{3} = 120^\circ$.

Соответствующие вершинам комплексные числа находим в тригонометрической форме:

$$z_2 = 3 \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) \right) = 3 \cdot \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \cdot \sin \frac{7\pi}{6} \right) = 3 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right) = \frac{3}{2}(-\sqrt{3} + i)$$

$$z_3 = 3 \cdot \left(\cos\left(\frac{7\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{7\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}\right) \right) = 3 \cdot \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \cdot \sin \frac{11\pi}{6} \right) = 3 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right) = \frac{3}{2}(\sqrt{3} - i)$$

По условию задачи центр треугольника лежит в точке $3 + i\sqrt{2}$ (координаты этой точки $(3, \sqrt{2})$). Координаты вершин получим из точек $z_k, k = 2, 3$ с помощью параллельного переноса начала системы координат в точку с координатами $(3, \sqrt{2})$:

$$z_1 = 3i + 3 + i\sqrt{2} = 3 + i \cdot (3 + \sqrt{2})$$

$$z_2 = \frac{3}{2} \cdot (-\sqrt{3} + i) + 3 + i\sqrt{2} = 3 - \frac{3\sqrt{3}}{2} + i \cdot \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2} \right) \quad \blacksquare$$

$$z_3 = \frac{3}{2} \cdot (\sqrt{3} - i) + 3 + i\sqrt{2} = 3 + \frac{3\sqrt{3}}{2} + i \cdot \left(\sqrt{2} - \frac{3}{2} \right)$$

Ответ: $z_1 = 3 + i \cdot (3 + \sqrt{2}); z_2 = 3 - \frac{3\sqrt{3}}{2} + i \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2} \right); z_3 = 3 + \frac{3\sqrt{3}}{2} + i \left(\sqrt{2} - \frac{3}{2} \right).$

Эффективность обучения математике зависит от множества факторов: базовой подготовки обучающихся и их заинтересованности в познании нового, умения преподавателя в доступной форме изложить теоретический материал, правильно подобранной системой практических заданий, и определяется комплексом проверочных и контрольных работ. Именно вовремя проведенные контрольные работы позволяют преподавателю внести необходимые коррективы в процесс познания нового материала.

Список литературы:

1. Гарминович, Н.А. О тождестве некоторых научных понятий при изучении математики и лингвистики (на материале вузовского курса дисциплин) / Н.А. Гарминович, А.В. Логинов // Сб.: Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования: материалы LXXIII Международной конференции «Герценовские чтения – 2020». - СПб.: Изд. РГПУ им. А.И.Герцена, 2020. - С.133-137.
2. Гарминович, Н.А. Решение контрольных заданий по высшей математике: сборник задач (учебное пособие) / Н.А. Гарминович. - Мичуринск-научноград: ФГБОУ МичГАУ, 2013. - 84 с.
3. Зацепина, Т.В. Роль развивающих технологий при обучении учащихся / Т.В. Зацепина, А.В. Зацепин // Наука и Образование. – 2019.- Т. 2. - № 4. – С. 13.
4. Кузнецова, Н.В. Тесты как один из видов диагностического контроля по основам безопасности жизнедеятельности / Н.В. Кузнецова // Наука и Образование. – 2019. – Т. 2. - № 2. – С. 143.
5. Картечина, Н.В. Проектирование урока в условиях перехода на федеральные государственные образовательные стандарты основного общего образования / Н.В. Картечина, Н.В. Пчелинцева, М.В. Бобровская // Наука и Образование. - 2020. - Т. 3. - № 1. - С. 23.
6. Смагин, Б.И. Алгоритм построения производственных функций в аграрной сфере производства / Б.И. Смагин // Сб.: Агротехнологии XXI века: материалы Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, посвященной 100-летию высшего аграрного образования на Урале, 2019. - С. 97-100.
7. Смагин, Б.И. Использование математических методов и моделей в аграрном секторе экономики / Б.И. Смагин // Сб.: Политэкономические проблемы развития современных агроэкономических систем: материалы 2-й международной научно-практической конференции, посвященной 105-летию Воронежского ГАУ. – Воронеж, 2017. - С. 81-84.

8. Смагин, Б.И. Логика формирования производственных функций // Б.И. Смагин, А.Б. Смагина // Развитие агропродовольственного комплекса: экономика, моделирование и информационное обеспечение: сборник научных трудов. - Воронеж, 2016. - С. 178-183.

9. Смагин, Б.И. Математическое описание различных способов начисления амортизационных отчислений на основные производственные фонды / Б.И. Смагин // Наука и Образование. - 2019. - Т. 2. - № 4. - С. 216.

10. Смагин, Б.И. Применение дифференциальных уравнений в аграрно-экономических исследованиях / Б.И. Смагин // Сборник научных трудов, посвященный 85-летию Мичуринского государственного аграрного университета. В 4 т.. - Мичуринск, 2016. - С. 233-237.

UDC 378.14:372.851

TEST PAPERS AS A WAY TO IMPROVE THE EFFECTIVENESS OF TEACHING MATHEMATICS TO STUDENTS

Garminovich Natalia Alexandrovna

PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor

krasaverenei@mail.ru

Sevostyanova Marina Alekseevna

student

Michurinsk State Agrarian University

Michurinsk, Russia

Annotation. The article defines the forms of control used in teaching students mathematics. A variant of the test is considered together with the solution with tasks on the topics of linear algebra, analytical geometry and algebra of complex numbers to test knowledge in one sections to solve problems in others.

Key words: mathematics, test, equation, triangle, complex numbers.